

Questions de cours

Vous devez citer correctement l'énoncé puis le démontrer, et en énoncer une autre qui n'est pas dans cette liste.

1. Proposition 4 (télescopage)
2. Proposition 6 (Factorisation de $a^n - b^n$).
3. Proposition 19 (Formule de Pascal)

Exercice 1

Soient $n, p \in \mathbb{N}$. Calculons la somme $S(n, p)$:

$$S(n, p) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(k+p)!}{k!}$$

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculons la somme suivante :

$$S(n) = \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k k^2$$

Exercice 3

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculons la somme suivante :

$$S_n = \sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k}$$

Exercice 4

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculons les deux sommes suivantes :

$$S_1 = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \max(i, j)$$

et

$$S_2 = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$$

Exercice 5

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculons la somme suivante :

$$S = \sum_{k=0}^n \cos^2 \left(\frac{k\pi}{2n} \right)$$

Exercice 6

Soit $n \in \mathbb{N}$. En calculant de deux manières la somme

$$S_n = \sum_{k=0}^n ((k+1)^5 - k^5)$$

déterminer l'expression de la quatrième somme d'Euler :

$$E_4(n) = 1^4 + 2^4 + \dots + n^4$$