

Questions de cours

Vous devez citer correctement l'énoncé puis le démontrer, et en énoncer une autre.

1. Valeur absolue et inégalité + définition de la borne inférieure
2. Caractérisation d'une partie bornée + définition de la borne supérieure
3. Unicité du maximum + définition de la partie entière

Exercice 1

Soit D une partie non vide de $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0.

1. Montrer que si $0 \in D$, alors toute fonction impaire sur D est nulle en 0.
2. Montrer que la seule fonction à la fois paire et impaire est la fonction nulle.
3. Montrer que toute fonction de D dans $\mathbb{R}$ se décompose de manière unique sous la forme de la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

Exercice 2

Soit $f(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$. Déterminer :

1. Le domaine de définition de f .
2. La domaine de dérivabilité et la dérivée de f .
3. Le graph de f .

Exercice 3

Soit $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$. Déterminer :

1. Le domaine de définition de f .
2. La domaine de dérivabilité et la dérivée de f .
3. Le graph de f .

Exercice 4

1. Soit $f(x) = |\ln(x)|$. Déterminer :

- (a) Le domaine de définition de f .
- (b) La domaine de dérivabilité et la dérivée de f .
- (c) Le graph de f .

Exercice 5

Soient x et y deux réels non nuls. Montrer que :

$$\max(|x|, |y|) \cdot \left| \frac{x}{|x|} - \frac{y}{|y|} \right| \leq 2|x - y|.$$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $|x + 12| = |x^2 + 8|$
2. $|x + 12| \leq |x^2 + 8|$